

UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI CATANIA
Anno Accademico 2019 - 2020
Corso di Laurea in Ingegneria Civile e Ambientale
Corso di Analisi Matematica I
PROVA SCRITTA DEL

COGNOME e NOME: (STAMPATELLO)	
MATRICOLA:	

Non sono consentiti formulari, appunti, libri e calcolatori; non è consentito comunicare con i colleghi; ogni mezzo di comunicazione elettronico deve essere tenuto spento. Durante la prova non è possibile uscire dall'aula.

Il **requisito minimo** per superare la prova scritta ed essere ammessi al colloquio orale è di svolgere l'esercizio 3 e altri due esercizi del **quesito di tipo E**. Inoltre occorre svolgere correttamente **almeno un quesito di tipo D e un solo quesito di tipo T**.

Tempo disponibile: **180 minuti**.

**Quesiti di tipo E (esercizi.)**

1) Calcolare il dominio della funzione reale  $f$  definita dalla legge  $f(x) = \log_{\frac{1}{2}} \left( 3 - \log_2 \left( \frac{x^2 - 9}{x} \right) \right)$ .

Soluzione: .....

2) Calcolare il seguente limite  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{(\sin x + 2) 2^{2x}}{\sin(2^{-x^2})}$ .

Soluzione: .....

3) Considerata la seguente funzione reale di variabile reale:

$$f(x) = \sqrt{\left| \frac{x}{x-4} \right|} e^{\frac{4-x}{x}}$$

determinare il dominio di esistenza, eventuali asintoti. Studiare la continuità, la derivabilità, la monotonia e determinare gli estremi relativi e assoluti. Infine tracciare un grafico qualitativo della funzione.

Inoltre,

- dire per quali valori di  $k$  reale positivo, l'equazione  $\sqrt{\left| \frac{x}{x-4} \right|} e^{\frac{4-x}{x}} = k$  ammette un'unica soluzione reale;
- calcolare  $f(2)$  e determinare la derivata di  $f^{-1}(y)$  nel punto  $y_0 = e$ .

4) Calcolare il seguente integrale indefinito

$$\int \frac{\arctan x}{(x+1)^2} dx.$$

5) Dire per quali valori di  $x \in \mathbb{R}$  esiste finito il seguente  $\lim_{n \rightarrow +\infty} \left( x^2 + \frac{3}{4} \right)^n \tan \frac{1}{n+1}$ .

LA PROVA CONTINUA NELL'ALTRA PAGINA  $\leftrightarrow$

**Quesiti di tipo D (definizioni)**

1) Sia  $f : (a, b) \rightarrow \mathbb{R}$  e  $x_0 \in ]a, b[$ .

Si dice che  $f$  È DERIVABILE IN  $x_0$  se ... (completare). Si chiama DERIVATA DI  $f$  IN  $x_0$  ... (completare).

Calcolare, usando solo la definizione, la derivata in  $x_0 = 1$  di  $f$  la cui legge è  $f(x) = e^x$ .

---

2) Siano  $\{a_n\}_{n \in \mathbb{N}}$  e  $\{b_n\}_{n \in \mathbb{N}}$  due successioni numeriche.

Si dice che la successione  $\{a_n\}_{n \in \mathbb{N}}$  è CONVERGENTE A  $\pi$  e si scrive  $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = \pi$ , se ... (completare).

Si dice che la successione  $\{b_n\}_{n \in \mathbb{N}}$  è DIVERGENTE A  $-\infty$  e si scrive  $\lim_{n \rightarrow \infty} b_n = -\infty$ , se ... (completare).

Dire, giustificando la risposta, se la successione  $\{a_n\}_{n \in \mathbb{N}}$  è limitata.

---

**Quesiti di tipo T (teoremi)**

1) Enunciare e dimostrare il teorema di derivabilità della funzione prodotto di due funzioni derivabili in  $x_0$ .

---

2) Enunciare e dimostrare il teorema di Rolle.

---